3.Fermi流体の強磁性と越伝導に於けるCorrelation Function(III特別講演要旨,基研研究会報告)

伊豆山, 健夫

3　Fermi 流体の強磁性と越伝導に於けるCorrelation Function

東大教養　伊豆山健夫

系に振動する磁場 $H(q,\omega)e^{-iq\cdot r+i\omega t}$ を加えて，これによつてひき起された磁化

$$\bar{M}(q,\omega)e^{-iq\cdot r+i\omega t}$$

と外部磁場とを結び付けるdynamical susceptibility $\chi_{\mu\nu}(q,\omega)$

$$i\int_0^\infty dt\, e^{-i\omega t-0^+t}\langle[M_\mu(q,t),M_\nu(-q)]\rangle$$

によつて与えられる（Kubo Formalism）。~~中性子の磁気的~~散乱。スピン共鳴吸収，等がこの $\chi_{\mu\nu}$ によつて記述され・更に，系の自由エネルギーが $\chi_{\mu\nu}$ の汎関数で与えられる事から，系の熱力学的性質も $\chi_{\mu\nu}$ によつて決定される事になる。

磁気的な相転移は

$$\chi(q,0)^{-1}=0 \qquad \text{at} \quad T=T_c$$

によつて決められる事は周知（$q=0$ は強磁性）。

ある簡単なモデルで記述される伝導電子の強磁性体に関しては，上記のプログラムは

1）J.Phys.Soc.Japan **18** 1025（1963）（中性子回析）
2）J.appl.Phys.**35**，1074（1964）（自由エネルギー及びスピン波）
3）Proceedings of International Conference on Magnetism, Nottingham 1964．P．60　（低温に於る自発磁化）によつて遂行されている。

スピン波の分散（$\chi_{+-}(\vec{q},\omega)^{-1}=0$）を求める際，$\chi_{+-}(\vec{q},\omega)$ は反平行スピン対の２体グリーン関数を求めると云う問題に帰着されるが，グリーン関数は，時間反転の対象性と云つた通常容易に充され得る要請の他に，磁化の保存則

$$\sum_{p'} \frac{\overrightarrow{p'} \cdot (2\overrightarrow{p'} + \overrightarrow{q})}{2} G(p+q\uparrow, p'\downarrow : p\downarrow, p'+q\uparrow)$$

$$+\sum_{p'} (2\omega p' + \omega q) G(p+q\uparrow, p'\downarrow : p\downarrow, p'+q\uparrow)$$

$$= G\uparrow(\ +q) - G\downarrow(p)$$

の要請を充さなければならぬ。但し $p \equiv (\vec{p}, \omega_p)$。

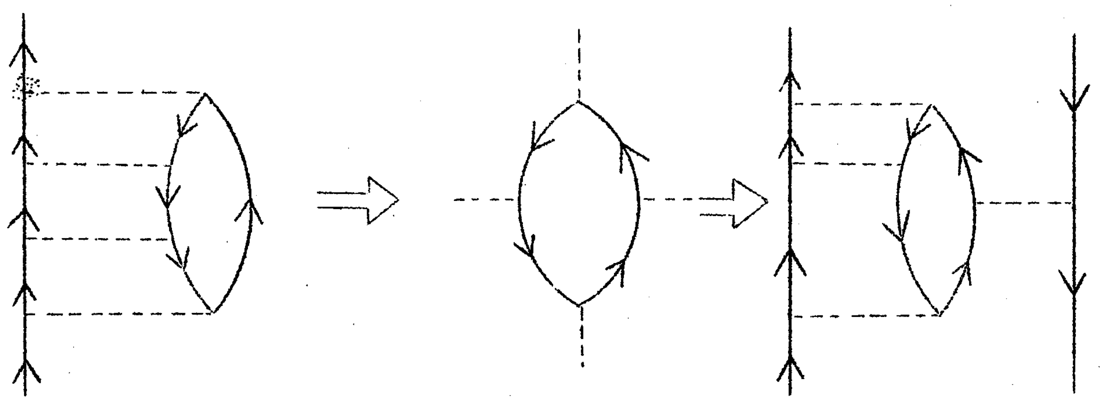
この要請を充さない様な近似計算はUnphysical dispersion を与える。近似計算に於て磁化の保存則が充される為には

$$G_1^{-1} = G_1^{(0)-1} + \Sigma$$

及び

$$G_2 = G_1 \cdot G_1 + \int G_1 \cdot G_1 \cdot I \cdot G_2$$

に於て，Σに対する近似表式と，I に対するそれとがConsistent になつていなければならない。Σに於て外線から残りの部分（vertex と loops から成り立つ）を切り離し，後者を topological に異る総ゆる可能な方法で G_2 の外線に結び付ける事によつて得られる。“irreducible part”を I とすればよい。



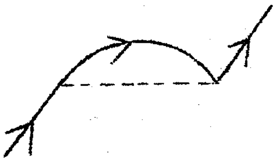
(a) (b)

RPA に於ける decoupling

$$\langle\langle n_{\kappa\sigma}\ a^+_{p+q\uparrow}\ a_{p\downarrow} : X \rangle\rangle \cong \langle n_{\kappa\sigma} \rangle \langle\langle a^+_{p+q\uparrow}\ a_{p\downarrow} : X \rangle\rangle$$

に現われた $\langle n_{\kappa\sigma} \rangle$ は Fermi 分布関数（Hartree － Fock の交換自己エ

ネルギーを考慮した）でおきかえるべきであり，正確な平均値をもつてくるのはよくない。前者であれば

$\Sigma =$ 　　且つRPAでは $I =$ ………

となり，上記の consistency condition を充している。これに反し後者の場合，Σ中にはMagnon のキヨ(a)が入つているのに，（RPAであるから）Iには(b)が入つていない。

従つて保存則を破つている。その結果，Magnon の分散の q^2 項に正しくない温度変化 $T^{3/2}$ を生み出す事になる。

伝導電子中のスピン波スペクトルを，Magnon ― Magnon 相互作用まで考慮した（ＲＰＡより）一段高い近似で求める際，現在までの所，保存則が充されている様な計算の結果は，Magnon ― Magnon が q^2 項に温度変化 $T^{5/2}$ を与える（低温で）事が確められている。然し，保存則の要請だけでMagnon ― Magnon が q^2 項により低い温度のベキを与えない，という一般的な証明は未だ存在していない。また，これと密接に関連して，Magnon スペクトルが q^2 のパワーで展開可能か，或いは $q=0$ に branch cut があるのか，という問いに対する一般的な解答はない。

次に susceptibity approach を超伝導体に適用しよう。電子系との相互作用エネルギーが

$$\int F(\mathbf{r},t)\,\eta^{+}(\mathbf{r})\,d\mathbf{r}$$

但し　$\eta(\mathbf{r}) \equiv \psi_{\downarrow}(\mathbf{r})\,\psi_{\uparrow}(\mathbf{r})$

である様な外場 $F(\mathbf{r},t)$ を考える。これによつてひき起されは $\eta(\mathbf{r})$ の値は

$$\bar{\eta}(\mathbf{r},t) = \int_{-\infty}^{t} dt' \int d\mathbf{r}'\ \chi(\mathbf{r}-\mathbf{r}',\ t-t')$$

であつて，dynamical susceptibility

$$\chi(\vec{q},\omega) = i\int_0^{\infty} dt\, e^{-i\omega t - 0^{+}t} \langle [\eta(\vec{q},t),\ \eta^{+}(\vec{q})] \rangle$$

但し

$$\eta(q) = \Sigma\, a_{-\mathbf{k}-q\downarrow}\, a_{k\uparrow}$$

$$\eta(q,t)=e^{iHt}\,\eta(q)\,e^{-iHt}$$

をＲＰＡによつて求める事が出来る。Reduced Hamiltonian

$$H=H_0-gH'$$

$$H_0=\sum_{k,\sigma}\varepsilon_\sigma(k)\,a^+_{k\sigma}\,a_{k\sigma}\ ,\qquad H'=\sum_{\kappa}\eta^+(\kappa)\,\eta(\kappa)$$

に対してはＲＰＡの計算（$T<T_c$ではBogolon に対し，$T>T_c$ではakρに対し，非対角項のphaseがランダムに互に相殺するという近（似）は簡単に行われ特に$T>T_c$では

$$\chi(\vec{q},\omega)=\frac{\Gamma\ (q,\omega)}{1-g\ \ (q,\omega)}$$

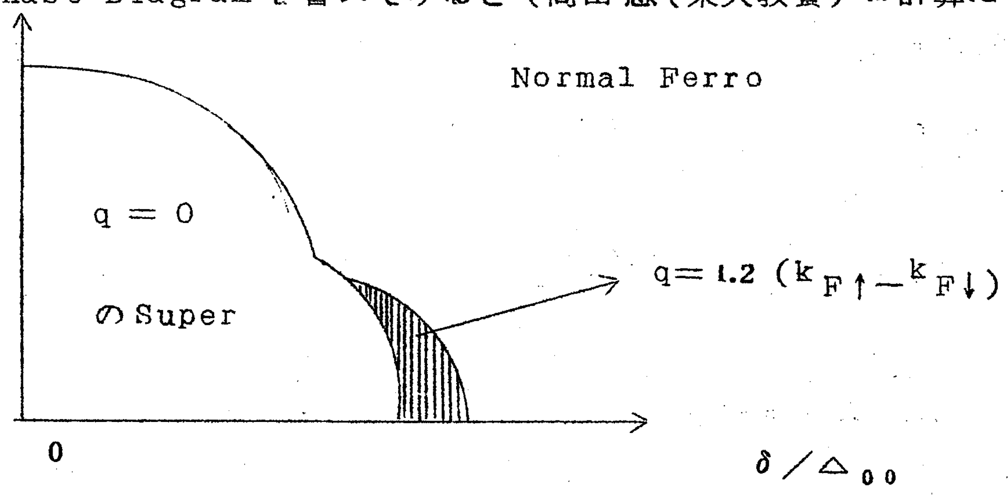
$$\Gamma(\vec{q},\omega)=\sum_p\frac{1-f_{p\uparrow}-f_{p+q\downarrow}}{\omega+\varepsilon\uparrow(p)+\varepsilon\downarrow(p+q)-i0+}$$

となる。先ずT_cを決める事（$\chi(q,0)^{-1}=0$）を考えてみる。

ＢＣＳ超伝導体では（$\varepsilon\uparrow=\varepsilon\downarrow$）$\vec{q}=0$の与える$T_c$が最大であり，これは $1=g\Gamma(0,0)$でＢＣＳの結果に一致する。分子場 $\varepsilon\downarrow(p)-\varepsilon\uparrow(p)=2\delta$があるときは，$q\neq0$の$T_c$が最大の$T_c$にある場合がある。今，Normal Ferro のフエルミ球の半径を，上向き及び下向きスピンに対し，それぞれ$k_{F\uparrow}$及び$k_{F\downarrow}$とし

$$q=1.2\times(k_{F\uparrow}-k_{F\downarrow})$$

というピッチでオーダーパラメーターの phase が空間的に振動している超伝導状態と，q＝0なるＢＣＳ型の超伝導状態と，Normal Ferro の状態の間の Phase Diagram を書いてみると（高田慧（東大教養）の計算による）



但し　△は　T＝0，q＝0のエネルギー・ギャップ。

〔Normal Ferro $\rightleftarrows$ qのSuPcr〕は2次相転移。

〔qのSuper $\rightleftarrows$ q＝0のSuper〕は才1次相転移。

Normal Ferr と q＝0 Super の境界は Maki—Tsuneto（Progress（'64）によつて与えられていて，q＝0とqのSuper の境界は，Maki — Tsuneto の境界（即ちq＝0からいきなりNormal に移るとしたもの）と殆んど同じである。q≠0のSuper は，上記の存在領域で，Gor'kov 近似の下では確かに安定であるが，有限なcurrent があり，その安定性については，尚検討を要する。この状態ではFerro と Super とが共存している。磁化の大きさは，高田　が詳しく計算してゐるが，同じδに対するNormal Ferro のそれに近い。Ferrel — Fulde の所謂Blocking によつてCooper pair formation がかなり押えられているからである。

次にBCS super（δ＝0）に於るオーダー・パラメーターのT_c近傍に於るゆらぎを調べてみる。オーダー・パラメーターに対するGinsburg — Landau 流の現象論を験討するのが主目的である。$\omega \ll k_B T_c$，$q \ll k_B T_c / V_F = \xi_0^{-1}$の場合の結果は特に簡単になつて

$$\chi(q,\omega) = \frac{q^{-1}}{A\cdot(T-T_c)+Bq^2-iC\cdot\omega-ib\cdot q^2}$$

但し

$$A \equiv \frac{gN(0)}{T_c}\tanh\left(\frac{D}{2k_BT_c}\right) \qquad B \equiv \frac{gN(0)}{24}\left(\frac{VF}{k_BT_c}\right)^2$$

$$C \equiv \frac{\pi g N(0)}{4k_BT_c}, \qquad b \equiv \frac{\pi g N(0)}{16k_BT_c}\left(\frac{1}{m}\right)$$

ω＝0としてみると，上式は確かに Ginsburg-Landau（のLinear terms）を正当化するものである。

ωに関してはcritical slowing down を示しているが

拡　散　型

$$\chi(q,\omega) = \frac{\tau_q^{-1}(\tau_q^{-1}+i\omega)}{\tau_q^{-2}+\omega^2}\int_0^\beta \langle \eta(q,-i\lambda)\,\eta^t(q)\rangle d\lambda$$

（但し　$\tau_q^{-1} \propto q^2 \cdot (T-T_c)$　）
にはなつていない。然しそれはＲＰＡがよくないと云うコメントにしかならないかもしれない。

自由エネルギーは

$$F(T:g)=F(T:0)-\int_0^g d\lambda \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{2}{e^{\beta\omega}-1} \sum_q \mathrm{Im}X(q,\omega-i0^+)_\lambda$$

で与えられる。但し　$\chi(q,\omega)_\lambda$は　$g=\lambda$　という系に於ける dynamical susceptibility で，ＲＰＡでは

$$(q.\omega)/1-\lambda\,\Gamma(q,\omega)$$　である。

右辺の第２項は

$$\int_0^g d\lambda \sum_q \left(\frac{2\pi}{\beta}\right) \sum_\ell \chi\left(q, \frac{2\pi i\ell}{\beta}\right)$$

と書かれるが，$\ell=0$の項は$q\sim0$のq積分から$T=T_c$で比熱にsingularityを与える。ＲＰＡではそれは

$$\frac{k_B T_c}{4}\left(\frac{A}{B}\right)^{3/2}\frac{V}{\sqrt{T-T_c}}$$

であるが　　$A/B \cong \frac{1}{T_c}\left(\frac{T}{T_c}F\right)^2$　　であるから

この項がＢＣＳの比熱　$2.6\gamma T_c \times V$　を超えるためには $(T-T_c/T_c)^{1/2} \sim 10^{-8}$ で，上記の singularity は実際上は問題にならない。$(T-T_c)^{-1/2}$― singularity は別の方法で Thouless によつて得られている様であるが，何れにしても，　　の様な次第であるから）少くとも Pure Superconductor では問題にするに足らない。むしろ dirty limit でどうなるかが興味ある問題であつて，目下検討中である。